

Exercice 1

L'ADN contient le code génétique de chaque cellule vivante. La séquence de l'ADN, ou code génétique, est une liste formée avec les quatre nucléotides notés A, C, G et T. Un codon est un triplet de nucléotides (non nécessairement différents).

1. Combien y a-t-il de codons différents ?
2. Combien y a-t-il de séquences différentes d'ADN de trois codons ?
3. a. Écrire un algorithme en Python qui renvoie la longueur minimale d'une séquence d'ADN (c'est-à-dire le nombre minimal de nucléotides) permettant d'obtenir n codes génétiques différents.
b. Quel résultat obtient-on pour $n = 10^{15}$?

Exercice 2

Une urne contient 100 jetons numérotés de 1 à 100. On tire simultanément deux jetons de l'urne.

1. Combien y a-t-il de tirages possibles ?
2. Quelle est la probabilité de tirer deux numéros pairs ?
3. Parmi les événements suivants, quel est le plus probable ?
 - A : « la somme des numéros est paire » ;
 - B : « la somme des numéros est impaire ».

Exercice 3

Chaque véhicule circulant en France est identifié par une plaque d'immatriculation.

Depuis 2009, elle est constituée de trois parties : deux lettres, trois chiffres et deux lettres, séparées par des tirets.



Les lettres I, O et U sont exclues à cause de leur ressemblance avec le 1, le 0 et le V.

Les couples de lettres SS et WW sont interdits à gauche et le couple SS est interdit à droite.

1. Calculer le nombre total de plaques d'immatriculations différentes que l'on peut attribuer.
2. Combien d'immatriculations contiennent chacune des lettres M, A, T et H exactement une fois ?
3. Un palindrome est un texte qui se lit de la même façon de gauche à droite et de droite à gauche. Par exemple, la plaque AB-212-BA est un palindrome. Combien d'immatriculations sont des palindromes ?

Exercice 4

On dispose d'une grille à trois lignes et trois colonnes.

| A | B | C | |
|---|---|---|---|
| | | | 1 |
| | | | 2 |
| | | | 3 |

Une machine M_1 place au hasard un jeton dans une case de la grille, puis une machine M_2 place de même un jeton sur la grille dans une case libre. Enfin, une troisième machine M_3 place un jeton dans une case libre. On note les événements suivants :

- H : « les trois jetons sont alignés horizontalement » ;
- V : « les trois jetons sont alignés verticalement » ;
- D : « les trois jetons sont alignés en diagonale » ;
- N : « les trois jetons ne sont pas alignés ».

Les nombres demandés seront donnés sous forme de fraction irréductible.

1. Calculer les probabilités des événements H, V et D. En déduire que la probabilité de N est égale à $\frac{19}{27}$.

2. On considère la variable aléatoire X définie par :

- $X = 20$, lorsque H ou V est réalisé ;
- $X = \alpha$, lorsque D est réalisé ;
- $X = -2$, lorsque N est réalisé.

Déterminer α pour que l'espérance de X soit nulle.

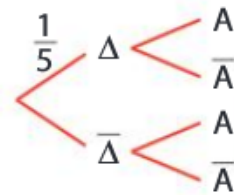
3. Dans cette question, on se place dans le cas où la machine M_1 est déréglée. Elle place alors le premier jeton dans l'un des coins de la grille. On note Δ l'événement « la machine M_1 est déréglée ».

a. Calculer la probabilité d'avoir un alignement horizontal, c'est-à-dire $P_{\Delta}(H)$, puis, de même, d'avoir un alignement vertical $P_{\Delta}(V)$, et enfin d'avoir un alignement en diagonale $P_{\Delta}(D)$.

b. En déduire que la probabilité d'avoir un alignement horizontal ou vertical ou diagonal, est égale à $\frac{3}{28}$.

4. Δ désigne l'événement « les trois jetons sont alignés horizontalement ou verticalement ou en diagonale ». On admet que $P(\Delta) = \frac{1}{5}$.

a. Reproduire et compléter l'arbre pondéré ci-contre en précisant les cinq probabilités correspondantes.



b. Calculer $P(A)$.

5. Lorsqu'on joue, on ne sait pas si la machine M_1 est en bon état de marche. On joue une partie et on constate que les trois jetons sont alignés.

Déterminer la probabilité pour que la machine M_1 soit déréglée.

Exercice 5

Un cercle de rayon 1 est partagé en 16 arcs de cercle de même longueur comme ci-contre.

1. Combien peut-on former de triangles distincts avec ces points ?

2. Combien peut-on former de triangles :

a. isocèles ?

b. équilatéraux ?

c. rectangles ?

d. rectangles et isocèles ?

